

1 次の各問いに答えよ。

問 1 $3(x - 2y)^3 - (x + y)(x - 3y)(x - y)$ を計算すると **ア** x^3 - **イウ** x^2y +
エオ xy^2 - **カキ** y^3 である。

問 2 $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{4}$ のとき, $\frac{a - b}{a + b}$ の値は $-\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$ である。

問 3 1 個 80 円のりんごと 1 個 130 円の柿を合わせて 60 個買い, 360 円の箱に詰めてもらう。品物代と箱代の合計金額を 7000 円以下にすると、柿は最大で **サシ** 個買うことができる。

問 4 循環小数 $0.\dot{5}3\dot{7}$ を分数で表すと $\frac{\text{スセソ}}{\text{タチツ}}$ である。

問 5 $a = 1 + \sqrt{2}$ のとき, $3|a - 3| - 2|a - 2|$ の値は **テ** - **ト** $\sqrt{2}$ である。

2 a を定数とする。2 次関数

$$y = x^2 - 2(a + 1)x + 2a^2 - 3a + 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

について、次の各問いに答えよ。

問 1 $\textcircled{1}$ のグラフの頂点は $(a + \text{ア}, a^2 - \text{イ}a + \text{ウ})$ である。 $\textcircled{1}$ のグラフが

x 軸と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は $\text{エ} < a < \text{オ}$ である。

問 2 $\textcircled{1}$ のグラフが点 $(2, -1)$ を通るとする。このとき、 a は $\text{カ}a^2 - \text{キ}a +$

$\text{ク} = 0$ を満たす。これより、 a の値は $a = -\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$, サ である。

問 3 $a = -\frac{\text{ケ}}{\text{コ}}$ とする。このとき、 $\textcircled{1}$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標は

$x = \frac{\text{シ} \pm \sqrt{\text{ス}}}{\text{セ}}$ である。また、 $\textcircled{1}$ は $1 \leq x \leq 6$ において、 $x = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$

のとき最小値 $\frac{\text{チツ}}{\text{テ}}$ をとり、 $x = \text{ト}$ のとき最大値 ナニ をとる。

3 次の各問いに答えよ。

問 1 2 つの関数 $f(x) = (1+x)^3$ と $g(x) = 4(1+x^3)$ に対して、関数 $h(x)$ を $h(x) = g(x) - f(x)$ とおく。

(1) 関数 $h(x)$ を微分すると

$$h'(x) = \boxed{\text{ア}} \left(\boxed{\text{イ}} x + \boxed{\text{ウ}} \right) (x - \boxed{\text{エ}})$$

である。よって、 $h(x)$ は $x = \boxed{\text{オ}}$ で極小値 $\boxed{\text{カ}}$ 、 $x = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ で極大値 $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ をとる。また、曲線 $y = h(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{ス}}$ で

ある。

(2) $x \geq 0$ とする。(1) より、 $f(x) \leq g(x)$ である。このとき、等式 $f(x) = g(x)$ が成立するのは $x = \boxed{\text{セ}}$ のときのみである。

問 2 $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき、方程式 $\cos^6 \theta + \sin^6 \theta = \frac{1}{4}$ を考える。この方程式を変形すると

$$\left(\boxed{\text{ソ}} + \tan^2 \theta \right)^{\boxed{\text{タ}}} = \boxed{\text{チ}} \left(\boxed{\text{ツ}} + \tan^6 \theta \right)$$

となるので、解は $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

4 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を $a_1 = b_1 = -1$, $a_{n+1} = a_n - 12b_n$, $b_{n+1} = 2a_n + 11b_n$

で定める。このとき、次の各問いに答えよ。

問 1 $a_2 = \boxed{\text{アイ}}$, $b_2 = \boxed{\text{ウエオ}}$, $a_3 = \boxed{\text{カキク}}$, $b_3 = \boxed{\text{ケコサシ}}$ である。

問 2 $a_{n+1} + xb_{n+1} = y(a_n + xb_n)$ を満たす x, y を求めると

$(x, y) = (\boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}})$, $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$ の 2 組ある。ただし, $\boxed{\text{ス}} < \boxed{\text{ソ}}$ とする。

問 3 数列 $\{a_n + \boxed{\text{ス}}b_n\}$ は初項 $\boxed{\text{チツ}}$, 公比 $\boxed{\text{テ}}$ の等比数列である。

問 4 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項はそれぞれ

$$a_n = \boxed{\text{ト}} \cdot \boxed{\text{ナ}}^{n-1} - \boxed{\text{ニ}} \cdot \boxed{\text{ヌ}}^{n-1}, \quad b_n = \boxed{\text{ネ}} \cdot \boxed{\text{ノ}}^{n-1} - \boxed{\text{ハ}} \cdot \boxed{\text{ヒ}}^{n-1}$$

となる。