２０２４年度　学校推薦型選抜(公募制)試験問題　【マーク 公募】

数　学

教育学部 教育学科 90 分 200 点	情報学部 情報学科（理系方式） 90 分 100 点
理工学部 理工学科 90 分 100 点	情報学部 情報学科（文系方式） 60 分 100 点

注意事項

① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

② 解答にはＨＢまたはＢの黒鉛筆（シャープペンシルはＨＢまたはＢの芯であれば使用可）を使用しなさい。

③ 解答は、**マーク式の解答用紙**にマーク式で解答しなさい。氏名、受験番号、科目を記入する欄と受験番号をマークする欄に必要事項を記入してから、解答を始めること。裏表紙にマーク式解答に関する注意事項を記載していますので、必ず裏表紙の「数学解答上の注意」を読みなさい。

④ 問題は、1～5の計５題あります。

⑤ 60 分試験の受験生は、1～3の３題を解答し、4、5は解答しないこと。

⑥ 90 分試験の受験生は、1～3の３題を必須解答、4または5のいずれか１題を選択解答し、合計４題解答しなさい。**なお、選択問題については、選択した問題番号の上にあるマーク欄にマークし、その問題番号の解答欄に解答すること。**

※ **選択した問題番号の上にあるマーク欄にマークをしていない場合、選択問題の採点はできません。**

⑦ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高くあげて監督者に知らせなさい。

数　　学

$\boxed{1}$　次の各問いに答えよ。

問１　$x+\dfrac{1}{x}=3$ のとき，$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\boxed{\text{ア}}$，$x^3+\dfrac{1}{x^3}=\boxed{\text{イウ}}$，$x^5+\dfrac{1}{x^5}=\boxed{\text{エオカ}}$ である。

問２　方程式 $|x|+3|x-3|=|x+3|$ を解くと，$x=\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ である。ただし，$\boxed{\text{キ}}<\boxed{\text{ク}}$ とする。

問３　x に関する連立不等式 $\begin{cases} 6x-4>3x+5 \\ 3x<x+2a \end{cases}$ を満たす整数がちょうど３個あるとする。このとき，定数 a のとりうる値の範囲を表す不等式の形を，次の⓪～③の中から一つ選ぶと，$\boxed{\text{ケ}}$ である。

また，$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまる数を答えよ。

⓪　$\boxed{\text{コ}}<a<\boxed{\text{サ}}$　　①　$\boxed{\text{コ}}\leqq a\leqq\boxed{\text{サ}}$

②　$\boxed{\text{コ}}<a\leqq\boxed{\text{サ}}$　　③　$\boxed{\text{コ}}\leqq a<\boxed{\text{サ}}$

問４　△ABC において，次の等式が成り立つとき，この三角形の最も大きな内角の余弦の値は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。

$$\frac{\sin A}{4}=\frac{\sin B}{6}=\frac{\sin C}{3}$$

問５　放物線 $y=x^2-4x+k$ と x 軸の共有点の個数は，

$k<\boxed{\text{チ}}$ のとき $\boxed{\text{ツ}}$ 個，

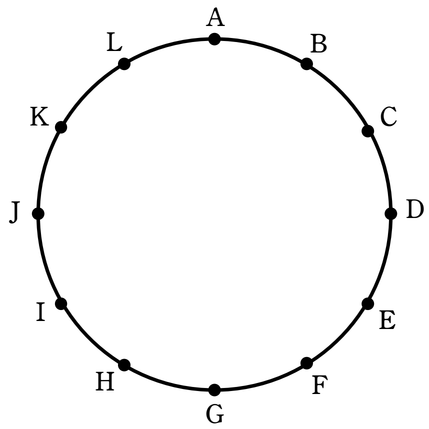
$k=\boxed{\text{チ}}$ のとき $\boxed{\text{テ}}$ 個，

$k>\boxed{\text{チ}}$ のとき $\boxed{\text{ト}}$ 個

である。

（計算用紙）

$\boxed{2}$ 下図の点 A，B，C，D，E，F，G，H，I，J，K，L は，半径 1 の円の円周上を 12 等分した点である。この 12 個の点の中から 3 点を選び，それぞれを結んだ線分でできる三角形について考える。



問 1 3 点を選びそれぞれを結ぶことで得られる三角形の総数は $\boxed{アイウ}$ 個あり，そのうち，正三角形が $\boxed{エ}$ 個，二等辺三角形が $\boxed{オカ}$ 個，直角三角形が $\boxed{キク}$ 個存在する。

問 2 $\boxed{アイウ}$ 通りの三角形の中で互いに合同ではない三角形は全部で $\boxed{ケコ}$ 種類存在し，その中で最も面積が大きい三角形の面積は $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ であり，最も面積が小さい三角形の面積は $\dfrac{\boxed{セ}-\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$ である。

（計算用紙）

$\boxed{3}$　次の各問いに答えよ。

問１　放物線 $y=-x^2+1$ 上の点 $(a,\ -a^2+1)$ における接線が点 $(1,\ 9)$ を通るとき，

$a=\boxed{アイ}$ および $a=\boxed{ウ}$ である。

$a=\boxed{アイ}$ のとき接線の方程式は $y=\boxed{エ}x+\boxed{オ}$ であり，

$a=\boxed{ウ}$ のとき 接線の方程式は $y=\boxed{カキ}x+\boxed{クケ}$ である。

また，この２本の接線と放物線で囲まれた領域の面積は $\boxed{コサ}$ である。

問２　座標平面上の２点を A$(1,\ 1)$，B$(2,\ 3)$ とする。線分 AB を $1:2$ に内分する点

P の座標は $\left(\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}},\ \dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\right)$ であり，$1:2$ に外分する点 Q の座標は

$\left(\boxed{タ},\ \boxed{チツ}\right)$ である。

また，直線 $y=x-1$ に関して点 A と対称な点 C の座標は $\left(\boxed{テ},\ \boxed{ト}\right)$ である。

さらに，直線 $y=x-1$ 上を動く点 R について，距離の和 AR＋BR が最小になる

とき，点 R の座標は $\left(\boxed{ナ},\ \boxed{ニ}\right)$ である。

問３　二次方程式 $x^2-5x-7=0$ の解の一つを α とする。

このとき，$\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}\alpha-\dfrac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}$ であり，$\dfrac{1}{\alpha+2}=\dfrac{\boxed{ヒフ}}{\boxed{ヘ}}\alpha+\boxed{ホ}$ である。

（計算用紙）

$\boxed{4}$ 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は次の式で与えられている。

$$S_n=\frac{8}{7}a_n-n \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

問１ $a_1=\boxed{\text{ア}}$，$a_2=\boxed{\text{イウ}}$である。

問２ a_{n+1} を a_n を用いて表すと，$a_{n+1}=\boxed{\text{エ}}a_n+\boxed{\text{オ}}$ である。

問３ a_n を n を用いて表すと，$a_n=\boxed{\text{カ}}^n-\boxed{\text{キ}}$ である。

問４ a_n は $\boxed{\text{ク}}$ の倍数であることを数学的帰納法を用いて証明する。

[1] $n=1$ のとき

$a_1=\boxed{\text{ア}}$ より，a_1 は $\boxed{\text{ク}}$ の倍数である。

[2] $n=k$ のとき

$a_k=\boxed{\text{カ}}^k-\boxed{\text{キ}}$ が $\boxed{\text{ク}}$ の倍数であるとすると，

$n=k+1$ のとき

$$\begin{aligned} a_{k+1}&=\boxed{\text{カ}}^{k+1}-\boxed{\text{キ}} \\ &=\left(\boxed{\text{ケ}}+1\right)\times\boxed{\text{カ}}^k-\boxed{\text{キ}} \\ &=\boxed{\text{ケ}}\times\boxed{\text{カ}}^k+\left(\boxed{\text{カ}}^k-\boxed{\text{キ}}\right) \end{aligned}$$

ここで，$\boxed{\text{ケ}}\times\boxed{\text{カ}}^k$ と $\boxed{\text{カ}}^k-\boxed{\text{キ}}$ はともに $\boxed{\text{ク}}$ の倍数であるから，

和の $\boxed{\text{ケ}}\times\boxed{\text{カ}}^k+\left(\boxed{\text{カ}}^k-\boxed{\text{キ}}\right)$ も $\boxed{\text{ク}}$ の倍数である。

よって，a_{k+1} も $\boxed{\text{ク}}$ の倍数である。

[1]，[2]より，すべての正の整数 n に対して，a_n は $\boxed{\text{ク}}$ の倍数である。

（証明終わり）

（計算用紙）

$\boxed{5}$ 次の各問いに答えよ。

問１　複素数 $z=\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i$ を極形式 $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ で表すと，絶対値 r と偏角 θ は，$r=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\theta=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$ である。ただし，偏角 θ は $-\pi<\theta\leqq\pi$ とする。

問２　楕円 $4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$ の焦点の座標は，$\left(\boxed{\text{カ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{キ}}},\ \boxed{\text{クケ}}\right)$ である。

問３　関数 $y=xe^x$ は $x=\boxed{\text{コサ}}$ のとき，$\boxed{\text{シ}}$ 値 $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{e}$ をとる。

ただし，$\boxed{\text{シ}}$ は下の語群の⓪～④から最も適切なものを一つ選べ。

【語群】　⓪　絶対　①　極大　②　極小　③　中央　④　平均

また，変曲点の x 座標は，$x=\boxed{\text{ソタ}}$ である。

さらに，点 $(0,\ a)$ からこの関数のグラフに接線が２本引けるとき，定数 a の値は $a=\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{e^{\boxed{\text{テ}}}}$ である。

（計算用紙）

（余　　　白）

数学解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（−，±）又は数字（0 ～ 9）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に −83 と答えたいとき

ア	**−**	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9	a	b	c	d
ウ	−	±	0	1	2	**3**	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが 2 度以上現れる場合，原則として，2 度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

6　比を答える場合，一番小さい自然数の比で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{ス}}$: $\boxed{\text{セソ}}$ に 2 : 13 と答えるところを，4 : 26 や 6 : 39 のように答えてはいけません。