

2024年度 一般選抜試験問題【マーク+記述 一般②】

数 学

教育学部 教育学科 90分 200点 情報学部 情報学科 (理系方式) 90分 100点
理工学部 理工学科 90分 100点 情報学部 情報学科 (文系方式) 60分 100点

注意事項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答にはHBまたはBの黒鉛筆（シャープペンシルはHBまたはBの芯であれば使用可）を使用しなさい。
- ③ 問題は、**1**～**5**の計5題あります。**1**～**3**はマーク式解答問題、**4**、**5**は記述式解答問題です。
- ④ 60分試験の受験生は、**1**～**3**のマーク式解答問題3題を解答しなさい。**4**、**5**の記述式解答問題2題は解答しないこと。
- ⑤ 90分試験の受験生は、**1**～**3**のマーク式解答問題3題を必須解答、**4**または**5**の記述式解答問題のいずれか1題を選択し、合計4題解答すること。ただし、第1～第3志望いずれかに、理工学科 数理科学専攻、電気電子工学専攻、機械工学専攻を含む場合は、必ず**5**を解答すること。
- ⑥ **1**～**3**は、**マーク式の解答用紙**にマーク式で解答しなさい。氏名、受験番号、科目を記入する欄と受験番号をマークする欄に必要事項を記入してから、解答を始めること。裏表紙にマーク式解答に関する注意事項を記載していますので、必ず裏表紙の「数学解答上の注意」を読みなさい。
- ⑦ **4**または**5**は、**記述式の解答用紙**に記述式で解答しなさい。氏名、受験番号を記入する欄に必要事項を記入してから解答を始めること。
- ⑧ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高くあげて監督者に知らせなさい。

数 学

1 次の各問いに答えよ。

問1 三角形 ABC において $AB=5$, $BC=7$, $CA=3$ とすると, $\cos \angle BAC = \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}}$

である。辺 AC 上に点 D を $AD=2$ となるようにとると, $BD = \sqrt{\text{エオ}}$ となり,

$\sin \angle ABD = \frac{\sqrt{\text{カキ}}}{\text{クケ}}$ となる。

問2 以下に適するものを下の①～③の中から一つ選び番号で答えよ。

(1) n を 3 以上の自然数とする。 n 角形において「内角の和が $150^\circ \times n$ 以下である」ことは「 $n \leq 10$ である」ための 。

(2) 実数 x, y について, 「 $2x+y > 0$ である」ことは「 $-x^2+y > 1$ である」ための 。

(3) 実数 x, y について, 「 $x+y$ が有理数である」ことは「 xy が有理数である」ための 。

(4) 複素数 x, y について, 「 x が y の共役な複素数である」ことは「 xy が実数である」ための 。ただし, 複素数 $a+bi$ (a, b は実数) に対して, 複素数 $a-bi$ を複素数 $a+bi$ の共役な複素数という。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件でない
- ③ 十分条件であるが必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

問3 a を実数とする。2次方程式 $x^2+6x+a=0 \dots \textcircled{1}$ が $x<0$ で2つの実数解（重解を含む）をもつための必要十分条件は $\boxed{\text{セ}} < a \leq \boxed{\text{ソ}}$ である。このとき、さらに $\textcircled{1}$ が整数解をもつとすると、 $a = \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}}, \boxed{\text{ツ}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{タ}} < \boxed{\text{チ}} < \boxed{\text{ツ}}$ とする。

問4 $x+y+z=2$ かつ $x^3+y^3+z^3=17$ とすると、 $xyz-2(xy+yz+zx) = \boxed{\text{テ}}$ となる。また、このとき $(x-2)(y-2)(z-2) = xyz - \boxed{\text{ト}}(xy+yz+zx)$ となるので、 $(x-2)(y-2)(z-2) = \boxed{\text{ナ}}$ となり、 $(x+y)(y+z)(z+x) = \boxed{\text{ニ又}}$ となる。

2 次の各問いに答えよ。

問1 3進法で表された2つの数21111, 11112の和を10進法で表すと $\boxed{\text{アイウ}}$ である。
また、ある数が3進法で4桁になり、6進法で2桁になるための条件は、10進法で表すと $\boxed{\text{エオ}}$ 以上かつ $\boxed{\text{カキ}}$ 以下の数になることである。

問2 1から11までの数字が1つずつ書かれた11枚のカードが袋に入っている。この袋の中から順に3枚のカードを取り出し、その数字を記録する。ただし、取り出したカードは袋に戻さない。このとき、3枚のカードの数字の和が偶数になる確率は $\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ であり、1枚目のカードに書かれた数字の3倍と3枚目のカードに書かれた

数字の5倍との和が偶数になる確率は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ である。

問3 三角形ABCにおいて、 $AB=6$, $AC=5$ とする。また $\angle BAC$ の外角の2等分線と直線BCとの交点をDとし、点Dを通り辺ACに平行な直線と直線ABとの交点をEとする。このとき $AE = \boxed{\text{ソタ}}$ である。また、線分ABの中点をFとし、直線DFと辺ACの交点をGとすると、 $AG = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。さらに辺AC上に点Hを $AH=4$ となるようにとり、直線DHと辺ABとの交点をIとすると、 $AI = \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

(計算用紙)

3 次の各問いに答えよ。

問1 a を1ではない正の実数とする。1以上の実数 x, y が

$$(\log_a x)^2 + (\log_a y)^2 - \log_a(ax)^4 - \log_a y^2 = 0$$

を満たすとき、 $k = \log_a xy$ のとりうる値の範囲は、

$a > 1$ のとき、

$$\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}} \leq k \leq \boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

$0 < a < 1$ のとき、

$$\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \leq k \leq \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

問2 関数 $f(x) = 3\cos^2 x + 2\cos x \sin x - \sin^2 x$ は周期性のある関数である。

(1) 次の $\boxed{\text{シ}}$ に適するものを、下の①～④から一つ選び、番号を答えよ。

関数 $f(x)$ の周期は $\boxed{\text{シ}}$ である。

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ 2π ④ 4π ⑤ 5π

(2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において、関数 $f(x)$ の

最大値は $\sqrt{\boxed{\text{ス}}} + \boxed{\text{セ}}$, 最小値は $\boxed{\text{ソタ}}$

である。

(計算用紙)

4 2, 3, 5 のいずれの数でも割り切れない自然数を, 小さい数から順に並べた数列
1, 7, 11, 13, ……

を $\{a_n\}$ とする。

このとき, 次の問 1 ~ 問 4 は結果のみ記述式解答用紙に答えよ。また, 問 5 は途中経過も記述式解答用紙に記述せよ。

問 1 a_8, a_{16} を求めよ。

問 2 $T_1 = \sum_{k=1}^8 a_k, T_2 = \sum_{k=9}^{16} a_k$ とするとき, T_1, T_2 を求めよ。

問 3 $a_n = 2023$ となる n を求めよ。

問 4 a_{81} を求めよ。

問 5 $\sum_{k=1}^{81} a_k$ を求めよ。

(計算用紙)

5 a を 0 以上 8 以下の定数とする。方程式 $x^2 + y^2 - 8y = 0$ ($-4 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq a$) で表される曲線を y 軸の周りに 1 回転させてできる曲面の容器に、毎秒 π の水を入れる。また、この容器は水を入れても全く傾かないものとする。底からの水面の高さを h ($0 \leq h \leq a$) とおくと、次の問 1～問 5 は結果のみ記述式解答用紙に答えよ。また、問 6 は途中経過も記述式解答用紙に記述せよ。

問 1 水面の高さが h のときの水面の面積 S を h を用いて表せ。

問 2 $a = 6$ のとき、容器の体積 V_6 を求めよ。

問 3 水面の高さが h のときに容器に入っている水の体積 V を h を用いて表せ。

問 4 水を入れ始めてからの時刻 t に対して、水面の高さが h ($0 \leq h \leq 8$) であるとき、 t を h の関数として表せ。

問 5 問 4 の h と t において、 $\frac{dh}{dt}$ は何を表しているか。

問 6 問 4 の h と t において、 $h = 4$ のとき $\frac{dh}{dt}$ のとる値を求めよ。

(計算用紙)

(余 白)

数学解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、符号(−, ±)又は数字(0~9)又は文字(a~d)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に -83 と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	
イ	<input type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	8	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	±	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ としなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{ク}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 5 根号を含む分数形で解答する場合、例えば、 $\frac{\text{ケ} + \text{コ}\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

- 6 比を答える場合、一番小さい自然数の比で答えなさい。

例えば、**ス** : **セソ** に $2:13$ と答えるところを、 $4:26$ や $6:39$ のように答えてはいけません。