

2023年度 学校推薦型選抜(公募制)試験問題 【マーク 公募】

数 学

教育学部 教育学科 90分 200点	情報学部 情報学科(理系方式) 90分 100点
理工学部 理工学科 90分 100点	情報学部 情報学科(文系方式) 60分 100点

注意事項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
 - ② 解答にはHBまたはBの黒鉛筆(シャープペンシルはHBまたはBの芯であれば使用可)を使用しなさい。
 - ③ 解答は、**マーク式の解答用紙**にマーク式で解答しなさい。氏名、受験番号、科目を記入する欄と受験番号をマークする欄に必要な事項を記入してから、解答を始めること。裏表紙にマーク式解答に関する注意事項を記載していますので、必ず裏表紙の「数学解答上の注意」を読みなさい。
 - ④ 問題は、**1**～**5**の計5題あります。
 - ⑤ 60分試験の受験生は、**1**～**3**の3題を解答し、**マーク式の解答用紙**の科目を記入する欄に、「数学」と記入しなさい。なお、**4**、**5**は解答しないこと。
 - ⑥ 90分試験の受験生は、**1**～**3**の3題を必須解答、**4**または**5**のいずれか1題を選択解答し、合計4題解答すること。なお、**マーク式の解答用紙**の科目を記入する欄に、**4**を選択する場合は「数学4」、**5**を選択する場合は「数学5」と記入しなさい。
- ※ 科目を記入する欄に「数学4」もしくは「数学5」を記入していない場合、**選択問題の採点はできません。**
- ⑦ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高くあげて監督者に知らせなさい。

数 学

1 問1 実数全体を全体集合とし、その部分集合 A, B, C を $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid |x| < 4\}$, $C = \{x \mid k-7 \leq x < k+3\}$ (k は定数) とする。このとき、

- (1) \overline{B} の範囲は、《解答群1》の で、 $a = \text{イウ}$, $b = \text{エ}$ である。
 (2) $A \cup \overline{B}$ の範囲は、《解答群1》の で、 $a = \text{カキ}$, $b = \text{クケ}$ である。
 (3) $\overline{A \cup B}$ の範囲は、《解答群1》の で、 $a = \text{サシ}$, $b = \text{ス}$ である。
 (4) $A \subset C$ となる k の値の範囲は、《解答群2》の で、 $a = \text{ソ}$, $b = \text{タ}$ である。

《解答群1》

- ① $a < x < b$ ② $a \leq x \leq b$ ③ $a < x \leq b$ ④ $a \leq x < b$
 ⑤ $x < a, b < x$ ⑥ $x \leq a, b \leq x$ ⑦ $x < a, b \leq x$ ⑧ $x \leq a, b < x$

《解答群2》

- ① $a < k < b$ ② $a \leq k \leq b$ ③ $a < k \leq b$ ④ $a \leq k < b$
 ⑤ $k < a, b < k$ ⑥ $k \leq a, b \leq k$ ⑦ $k < a, b \leq k$ ⑧ $k \leq a, b < k$

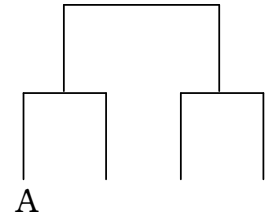
問2 次の に最も適する語句を ①～④ から選べ。

- (1) 対角線が直交することは、四角形 ABCD がひし形であるための 。
 (2) となりあう 2 つの角の和が 180° であることは、四角形 ABCD がひし形であるための 。
 (3) 4 つの辺の長さが等しいことは、四角形 ABCD がひし形であるための 。
 ① 必要十分条件である
 ② 必要条件であるが十分条件ではない
 ③ 十分条件であるが必要条件ではない
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

問3 互いに勝つ確率が $\frac{1}{2}$, 負ける確率が $\frac{1}{2}$ である A, B, C, D の4チームがトーナメント式で優勝を争う。

(1) A と B が決勝戦で対戦する確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(2) A と B が対戦しない確率は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。



2 問 1 2 次方程式 $2x^2 + ax + a = 0$ について,

(1) とともに 1 より小さい異なる 2 つの解をもつための定数 a の値の範囲は,

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}, \quad \boxed{\text{エ}} < a \text{ である。}$$

(2) 3 より大きい解と 3 より小さい解をもつための定数 a の値の範囲は, $a < \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$

である。

問 2 2 次不等式 $ax^2 + bx + c \geq 0$ が, すべての実数 x に対して成り立つための条件は,

$\boxed{\text{ク}}$ である。 $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを次の ① ~ ⑩ の中から選べ。ただし, D は

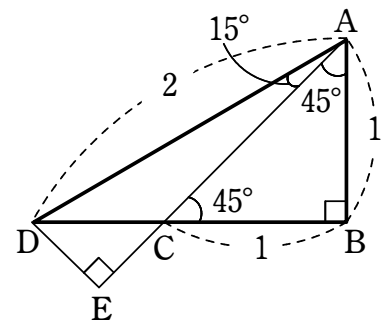
2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式とする。

- ① $a > 0, D > 0$ ② $a > 0, D \geq 0$ ③ $a > 0, D \leq 0$ ④ $a > 0, D < 0$
 ⑤ $a < 0, D > 0$ ⑥ $a < 0, D \geq 0$ ⑦ $a < 0, D \leq 0$ ⑧ $a < 0, D < 0$
 ⑨ $a > 0, D = 0$ ⑩ $a < 0, D = 0$

問 3 右の図において, 線分 DE, AE の長さは

$$DE = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}},$$

$$AE = \frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}} \quad (\text{ただし, } \boxed{\text{シ}} > \boxed{\text{ス}} \text{ とする。)}$$



であり,

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} - \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

(計算用紙)

3 次の各問いに答えよ。

問1 $a > 0$ とする。関数 $y = x^2 + 2$ のグラフ上の点 $A(a, a^2 + 2)$ における接線 l と x 軸との交点を B とし、また点 A から x 軸に下ろした垂線を AH とする。

(1) 接線 l の方程式は $y = \boxed{\text{ア}} ax - a^{\boxed{\text{イ}}} + \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 点 B の座標は $B\left(\frac{a}{\boxed{\text{エ}}} - \frac{\boxed{\text{オ}}}{a}, 0\right)$ である。

(3) 距離 BH が最小となるのは $a = \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のときであり、 BH の最小値は $\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

問2 点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動くとき、 $\frac{y}{x-2}$ は

$(x, y) = \left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ で最小値 $-\frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ をとり、

$(x, y) = \left(\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, -\frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}\right)$ で最大値 $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ をとる。

問3 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ とする。ただし i は虚数単位である。次の $\boxed{\text{ト}}$, $\boxed{\text{ナ}}$ に当て

はまるものを $\{0, 1, \textcircled{1} \omega, \textcircled{2} \omega^2\}$ の中からそれぞれ1つ選べ。

(1) $\omega^{2100} = \boxed{\text{ト}}$ である。

(2) $\omega^{2199} = \boxed{\text{ナ}}$ である。

(計算用紙)

4 平面上に3点 $O(0, 0)$, $A(3, 1)$, $B(1, 3)$ を頂点とする $\triangle OAB$ があり, $\triangle OAB$ の外側に点 C がある。実数 s, t に対し, 点 P を $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$ と定め, 条件 $0 \leq s \leq 2$, $0 \leq t \leq 3$, $0 \leq s + t \leq 4$ を満たしながら動く。このとき, 点 $P(x, y)$ が存在する範囲を D とする。

問1 D の面積は $\triangle OAB$ の面積の **アイ** 倍である。

問2 D の面積は **ウエ** である。

問3 点 C の座標を $C(-1, -1)$ とすると, 内積 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP}$ の最小値は **オカキ** である。

内積 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OP}$ が最小値をとる点 P の中で, $|\overrightarrow{OP}|$ の値が最も大きくなる点 P の x 座標は **ク** である。

問4 点 C が D に含まれる格子点 (x 座標, y 座標がともに整数である点) であるとき, $\triangle ABC$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の2倍となる点 C は全部で **ケ** 個ある。
ただし, 点 C は範囲 D の境界線上にはないものとする。

(計算用紙)

5 次の各問いに答えよ。

問1 α, β は0でない複素数で、 $|\alpha|=|\beta|=1$ 、 $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ を満たしている。
このとき、複素数平面上の3点 $O(0)$ 、 $A(7\alpha)$ 、 $B(4\beta)$ を頂点とする $\triangle OAB$ の面積は

$\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である。

問2 方程式 $x^2-y^2+3x+y+2=0$ が表す図形は $\boxed{\text{ウ}}$ である。 $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものを、次の①～⑤の中から一つ選べ。

- | | | |
|-------|-------|----------|
| ① 放物線 | ② 円 | ③ 楕円 |
| ④ 双曲線 | ⑤ 2直線 | ⑥ その他の図形 |

問3 関数 $y=\frac{x+1}{x^2+x+1}$ は、 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \boxed{\text{エ}}$ であるから、

$x = \boxed{\text{オ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{カ}}$ をとり、 $x = \boxed{\text{キク}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

問4 媒介変数 t によって、 $x=t-\sin t$ 、 $y=1-\cos t$ と表された曲線について、

$t=\frac{\pi}{4}$ に対応する点における接線の傾きは $\sqrt{\boxed{\text{シ}}} + \boxed{\text{ス}}$ である。

(計算用紙)

(余 白)

数学解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(−, ±)又は数字(0~9)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に -83 と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	±	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{ク}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 5 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{ケ} + \text{コ}\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$ に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

- 6 比を答える場合、一番小さい自然数の比で答えなさい。

例えば、**ス** : **セソ** に $2:13$ と答えるところを、 $4:26$ や $6:39$ のように答えてはいけません。