

2023年度 一般選抜試験問題【マーク+記述 一般①】

数 学

教育学部 教育学科	90分	200点	情報学部 情報学科 (理系方式)	90分	100点
理工学部 理工学科	90分	100点	情報学部 情報学科 (文系方式)	60分	100点

注意事項

- ① 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- ② 解答にはHBまたはBの黒鉛筆（シャープペンシルはHBまたはBの芯であれば使用可）を使用しなさい。
- ③ 問題は、**1**～**5**の計5題あります。**1**～**3**はマーク式解答問題、**4**、**5**は記述式解答問題です。
- ④ 60分試験の受験生は、**1**～**3**のマーク式解答問題3題を解答しなさい。**4**、**5**の記述式解答問題2題は解答しないこと。
- ⑤ 90分試験の受験生は、**1**～**3**のマーク式解答問題3題を必須解答、**4**または**5**の記述式解答問題のいずれか1題を選択し、合計4題解答すること。ただし、第1～第3志望いずれかに、理工学科 数理科学専攻、電気電子工学専攻、機械工学専攻を含む場合は、必ず**5**を解答すること。
- ⑥ **1**～**3**は、**マーク式の解答用紙**にマーク式で解答しなさい。氏名、受験番号、科目を記入する欄と受験番号をマークする欄に必要事項を記入してから、解答を始めること。裏表紙にマーク式解答に関する注意事項を記載していますので、必ず裏表紙の「数学解答上の注意」を読みなさい。
- ⑦ **4**または**5**は、**記述式の解答用紙**に記述式で解答しなさい。氏名、受験番号を記入する欄に必要事項を記入してから解答を始めること。
- ⑧ 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高くあげて監督者に知らせなさい。



# 数 学

1 次の各問いに答えよ。

問1 0でない実数  $a, b$  が,

$$\frac{a}{2} + \frac{1}{2b} = \sqrt{3} + \sqrt{2}, \quad \frac{1}{2a} + \frac{b}{2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

を満たしているとき,  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \boxed{\text{アイ}}$  である。

問2  $k$  を正の実数とする。  $2x + y = k$  のとき,  $x^2 + y^2$  は最小値  $\frac{4}{5}$  をとる。

このとき,  $k$  の値は  $\boxed{\text{ウ}}$  であり, 最小値をとるときの  $x$  の値は  $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ ,

$y$  の値は  $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  である。

問3  $\triangle ABC$  において,  $17\sin A = 16\sin B = 16\sin C$  とする。

(1)  $\triangle ABC$  は  $\boxed{\text{ク}}$  である。

$\boxed{\text{ク}}$  に当てはまるものを, 次の①～③の中から一つ選びなさい。

① 鈍角三角形    ② 直角三角形    ③ 二等辺三角形    ④ 正三角形

(2)  $\cos B = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ ,  $\cos \frac{A}{2} = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ ,  $\cos A = \frac{\boxed{\text{タチツ}}}{\boxed{\text{テトナ}}}$  である。

(3)  $\triangle ABC$  の内接円の半径が  $\frac{3}{5}$  のとき,  $\triangle ABC$  の面積は  $\frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。

問4 次の①～③の記述のうち、正しいことが述べられている記述は  である。

- ① 大きさ100のあるデータを分析するため、階級の数が10の度数分布表を作ったところ、すべての度数が10になった。このとき、このデータの標準偏差は0になる。
- ② あるデータの変量を  $x$  とする。また、このデータの平均値  $m$  と標準偏差  $s$  である。このとき、 $y = \frac{x-m}{s}$  を変量とするデータの平均値は0、標準偏差は1になる。
- ③ 2つのデータ A, B がある。平均値は等しいが、標準偏差はデータ A の方がデータ B より小さい。このとき、データの四分位範囲はデータ A の方がデータ B より小さい。
- ④ 無作為に選ばれた高校3年生100人に数学と英語の2科目の試験をしたところ、両科目とも平均点65点、標準偏差5点であった。このとき、数学の得点  $x$  点と英語の得点  $y$  点の相関係数は1になる。

2 次の各問いに答えよ。

問1 4点  $O, A, B, C$  は空間内の同一平面上にない点とする。

(1) 四面体  $OABC$  は1辺の長さが6の正四面体であるとき、

$\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$  , 正四面体  $OABC$  の体積は  $\boxed{\text{ウエ}}\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$  である。

(2)  $OA=1, OB=2, OC=3, OA\perp OB, OB\perp OC, OC\perp OA$  のとき、点  $O$  から

線分  $AC$  に垂線  $OH$  を下ろすと、 $OH=\frac{\boxed{\text{カ}}}{\sqrt{\boxed{\text{キク}}}}$  ,  $BH=\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}$  である。

よって、 $\triangle ABC$  の面積は  $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  である。

(3) 線分  $OA, BC, OB, CA, OC, AB$  の中点をそれぞれ  $L, L', M, M', N, N'$  とする。このとき、

(ア) 2直線  $LL'$  と  $MM'$  は  $\boxed{\text{セ}}$  。

(イ) 2直線  $OA$  と  $MM'$  は  $\boxed{\text{ソ}}$  。

(ウ) 2直線  $MN$  と  $M'N'$  は  $\boxed{\text{タ}}$  。

$\boxed{\text{セ}}$  ,  $\boxed{\text{ソ}}$  ,  $\boxed{\text{タ}}$  に当てはまる最も適切なものを、次の ㉔~㉖ の中からそれぞれ一つ選びなさい。

㉔ 交わる      ㉕ 直交する      ㉖ 平行である      ㉗ ねじれの位置にある

問2  $77^{77}$  の下1桁の数は  $\boxed{\text{チ}}$  であり、 $7^{2023}$  の下2桁の数は  $\boxed{\text{ツテ}}$  である。

問3 壺  $A$  には赤玉3個と白玉3個が入っていて、壺  $B$  には赤玉4個と白玉2個が入っている。1枚のコインを1回投げて表が出たら壺  $A$  , 裏が出たら壺  $B$  を選び、選んだ壺から玉を1個取り出す。

(1) 取り出した玉が赤玉である確率は  $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$  である。

(2) 取り出した玉が赤玉であったとき、その玉を取り出した壺が壺  $A$  である確率は

$\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。

(計算用紙)

3  $f(x) = x^4 + ax^3 + (3a+1)x^2 + 3ax + 9a - 6$  ( $a$  は実数の定数) について、次の各問いに答えよ。

問1 (1)  $f(x)$  を  $x+3$  で割ったときの余りは **アイ** である。

(2)  $a=2$  のとき、 $f(-1+\sqrt{2}) = \text{ウエ} - \text{オカ} \sqrt{\text{キ}}$  である。

問2 (1)  $x^3 + 3x^2 + 3x + 9$  を因数分解すると、 $(x + \text{ク})(x^2 + \text{ケ})$  である。

(2)  $f(x)$  を  $a$  について整理し、(1) を用いると、

$$f(x) = (x^2 + \text{コ})(x^2 + \text{サ}x + \text{シス} - \text{セ})$$

と因数分解できる。

(3) 方程式  $f(x) = 0$  のすべての解が虚数解になるのは

$$\text{ソ} - \text{タ} \sqrt{\text{チ}} < a < \text{ツ} + \text{テ} \sqrt{\text{ト}} \dots\dots \text{①}$$

のときである。

(4)  $a$  が①を満たすとき、方程式  $f(x) = 0$  の4つの虚数解を  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  とする。

このとき、

$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$  は、 $a = \text{ナ}$  のときに最小値 **ニヌネ** をとり、

$\frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + 6}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}$  は、 $a = \text{ノ}$  のときに最大値 **ハ** をとる。



(計算用紙)

4 次の問1の(1)~(3)と問2の(1)は結果のみを記述式解答用紙に答え、問2の(2)は途中経過も記述せよ。

問1  $n$  を自然数とし、 $a_n$  を  $\frac{2}{7}n$  以下の自然数の個数とする。

- (1)  $a_3, a_4, a_6, a_7$  を求めよ。
- (2) 和  $a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13}$  を求めよ。
- (3)  $\sum_{k=1}^{160} a_k$  を求めよ。

問2  $n$  を自然数とし、 $b_n$  を  $\log_2 n$  以下の自然数の個数とする。

次のように、 $m=1, 2, 3, \dots$  に対し、第  $m$  群が  $2^{m-1}$  個の項からなるように数列  $\{b_n\}$  を群に分ける。

$$\begin{array}{ccccccc} b_1 & | & b_2, b_3 & | & b_4, b_5, b_6, b_7 & | & b_8, \dots \\ \text{第1群} & & \text{第2群} & & \text{第3群} & & \text{第4群} \end{array}$$

- (1) 第  $m$  群に含まれる項の和を求めよ。
- (2) 初項  $b_1$  から第  $m$  群の最後の項までの和を求めよ。

(計算用紙)

5 座標平面上を運動する点  $P$  の時刻  $t$  における座標  $(x, y)$  が  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos 3t - 1 \\ y = \sqrt{2} \sin 3t + 1 \end{cases}$  で

表される。時刻  $t$  における点  $P$  の速度ベクトルを  $\vec{v}$  とし、加速度ベクトルを  $\vec{\alpha}$  とする。  
ただし、問 1～問 5 は結果のみを記述式解答用紙に答え、問 6 は途中経過も記述せよ。

問 1 点  $P$  の描く図形の概形を  $xy$  平面上に図示せよ。

問 2  $\frac{dx}{dt}$ ,  $\frac{dy}{dt}$  をそれぞれ求めよ。また、 $\frac{d^2x}{dt^2}$ ,  $\frac{d^2y}{dt^2}$  を  $x$ ,  $y$  を用いてそれぞれ表せ。

問 3 速度ベクトル  $\vec{v}$  とその大きさ  $|\vec{v}|$  をそれぞれ求めよ。

問 4 加速度ベクトル  $\vec{\alpha}$  とその大きさ  $|\vec{\alpha}|$  をそれぞれ求めよ。

問 5 速度ベクトル  $\vec{v}$  と加速度ベクトル  $\vec{\alpha}$  のなす角  $\theta$  を求めよ。ただし、 $0 \leq \theta < \pi$  とする。

問 6 定積分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$  を求めよ。

(計算用紙)

(余 白)



### 数学解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、符号(−, ±)又は数字(0~9)又は文字(a~d)が入ります。**ア**、**イ**、**ウ**、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**、**イ**、**ウ**、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に  $-83$  と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	
イ	<input type="radio"/>	±	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	8	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	±	0	1	2	<input checked="" type="radio"/>	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$  としなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$  のように答えてはいけません。

- 4 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $\sqrt{\text{ク}}$  に  $4\sqrt{2}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$  のように答えてはいけません。

- 5 根号を含む分数形で解答する場合、例えば、 $\frac{\text{ケ} + \text{コ}\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$  に

$\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$  と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$  や  $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$  のように答えてはいけません。

- 6 比を答える場合、一番小さい自然数の比で答えなさい。

例えば、**ス** : **セソ** に  $2:13$  と答えるところを、 $4:26$  や  $6:39$  のように答えてはいけません。