

1 次の各問いに答えよ。ただし、解答用紙には結果のみを答えよ。

問 1 3点 $A(-1, 1)$, $B(-4, 4)$, $C(-5, 1)$ を通る円 C がある。

- (1) 円 C の方程式を求めよ。
- (2) 直線 $y = mx - 2m$ が円 C の接線であるとき、 m の値を求めよ。
- (3) 円 C と放物線 $y = x^2 + 6x + n$ が 4 つの交点をもつような n の値の範囲を求めよ。

問 2 3 辺の長さが $AB=6$, $BC=9$, $CA=5$ の $\triangle ABC$ がある。

- (1) $\triangle ABC$ の外接円 O の半径を求めよ。
- (2) 外接円 O と $\angle BAC$ の二等分線との交点で A とは異なる点を D とするとき、
BD の長さを求めよ。
- (3) $\triangle ABC$ と $\triangle DBC$ の面積をそれぞれ S_1 , S_2 とするとき、面積比 $S_1 : S_2$ を求めよ。
- (4) $\triangle ABC$ の内接円の中心を I とし、 I を通り辺 BC に平行な直線と辺 AB , AC との交点をそれぞれ P , Q とするとき、線分 PQ の長さを求めよ。

- 2** 曲線 $y = x^3$ を C とする。 a を正の定数として、 C を x 軸の正の方向に a 、 y 軸の正の方向に a 、それぞれ平行移動した曲線を C' とする。このとき、次の各問いに答えよ。
ただし、解答用紙には結果のみを答えよ。

問 1 C' を表す方程式を求めよ。

問 2 C と C' が異なる 2 点で交わるとき、 a の値の範囲を求めよ。

問 3 a が問 2 の範囲であるとき、 C と C' とで囲まれる部分の面積を S とする。
 S を a で表せ。

問 4 S の最大値とそのときの a の値を求めよ。

- 3** 座標空間内の3点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, 0, 0)$, $B(1, \sqrt{3}, 0)$ を頂点とする正八面体を考える。次の各問いに答えよ。ただし、問1～問2は結果のみを解答用紙に答え、問3は途中経過も記述せよ。

問1 正八面体の一辺の長さを求めよ。

問2 正八面体の向かい合う頂点どうしの距離を求めよ。

問3 正八面体の残りの頂点の座標をすべて求めよ。

- 4** 一辺の長さが1の正三角形ABCの辺BCを n 等分し、Bに近い方から順に $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{n-1}$ とする。さらに、 P_n は点Cと一致するものとする。 n は2以上の整数であるとき、次の各問いに答えよ。ただし、問1と問2は結果のみを解答用紙に答え、問3は途中経過も記述せよ。

問1 $x = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(t - \frac{1}{t} \right) \ (t > 0)$ とおく。

(1) $\frac{dx}{dt}$ を求めよ。

(2) $x = 0, \frac{1}{2}$ のときの t の値をそれぞれ求めよ。

(3) $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{x^2 + \frac{3}{4}} \, dx$ の値を求めよ。

問2 線分 $AP_k \ (k=1, 2, 3, \dots, n)$ の長さを n, k を用いて表せ。

問3 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n AP_k$ を求めよ。